View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk
brought to you by CORE
provided by Funes

CB-1.247

PRÁTICAS DE DISCUSSÃO MATEMÁTICA NO ENSINO DA ÁLGEBRA: O CASO DO PROFESSOR JORGE

Cátia Rodrigues – João Pedro da Ponte – Luís Menezes
catiamat@gmail.com – jpponte@ie.ul.pt – menezes@esev.ipv.pt
Agrupamento de Escolas de Vila Flor e UIDEF, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Portugal – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Portugal – Escola Superior de Educação de Viseu e CI&DETS, Portugal

Núcleo temático: Formação de Professores de Matemáticas
Modalidade: CB
Nível educativo: Médio ou Secundário (12 a 15 anos)
Palavras chave: Discussões matemáticas; Práticas letivas; Conhecimento didático; Álgebra

Resumo

As discussões matemáticas constituem uma ferramenta poderosa na promoção da aprendizagem dos alunos, ao favorecer a partilha e justificação de diversas estratégias de resolução resultantes do seu trabalho com tarefas. O professor desempenha um papel preponderante na preparação e condução dessas discussões matemáticas. Nesta comunicação procuramos compreender como Jorge, um professor do 8.º ano, prepara e conduz a discussão na sala de aula na aprendizagem da Álgebra e como articula essa prática com o seu conhecimento didático. Os resultados mostram que o professor, apoiado no seu conhecimento da Matemática, do currículo, da prática letiva e dos alunos e da aprendizagem, escolhe criteriosamente as tarefas que pretende explorar, define o propósito da discussão, antecipa e identifica (em sala de aula) estratégias de resolução usadas pelos alunos e prepara as suas intervenções perante essas estratégias, com vista a envolvê-los na discussão. Organiza a discussão coletiva em três momentos principais e através de um conjunto de ações instrucionais convida os alunos a apresentar e explicar as suas estratégias de resolução, a comparar e relacionar essas estratégias, estabelecendo também as principais conclusões decorrentes da partilha de ideias. Além disso, conduz o discurso com vista à generalização de ideias algébricas, promovendo a transição da linguagem matemática informal para a formal.

Introdução

As discussões matemáticas, ao favorecerem a partilha e justificação de ideias, a argumentação e a negociação de significados, constituem um momento de trabalho na sala de aula com grande potencial para promover a aprendizagem dos alunos (Ponte, Mata-Pereira, & Quaresma, 2013; Sherin, 2002; Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). Em particular, a aprendizagem da Álgebra tira partido do envolvimento dos alunos em

ISBN 978-84-945722-3-4

discussões, nomeadamente no desenvolvimento das suas capacidades de generalização e de simbolização. Porém, conduzir discussões é uma prática complexa e exigente para os professores e ainda insuficientemente compreendida. Para a realizar com sucesso, os professores precisam de se apoiar no seu conhecimento didático (Ponte, 2011).

Nesta comunicação, apresentamos parte de um estudo cujo o objetivo é compreender como um professor do 8.º ano prepara e conduz discussões coletivas a partir da resolução de tarefas algébricas, em articulação com o seu conhecimento didático.

Práticas de discussão matemática e conhecimento didático

A promoção de discussões matemáticas coletivas no ensino da Álgebra, com vista ao envolvimento dos alunos na apresentação, justificação, argumentação e negociação de significados relativos à resolução de tarefas matemáticas é da responsabilidade do professor. Stein et al. (2008) propõem o modelo das cinco práticas – antecipar, monitorizar, seleccionar, sequenciar e estabelecer conexões entre as respostas dos alunos – como uma ferramenta útil ao desempenho dessa ação pelos professores. Para Sherin (2002), uma discussão coletiva que favorece a participação dos alunos, pode assentar em três componentes distintas, com objetivos diferentes: *i)* apresentação; *ii)* comparação e avaliação e *iii)* filtragem. Deste modo, o discurso que se gera durante a participação dos alunos na discussão sofre um processo de estreitamento de ideias. Na condução da discussão, o professor realiza diversas ações instrucionais, como convidar, apoiar/guiar, informar/sugerir e desafiar (Ponte, Mata-Pereira, & Quaresma, 2013). Na preparação e condução da discussão, o professor apoia-se no seu conhecimento didático (Ponte, 2011), em particular o relativo à Matemática, ao currículo, à prática letiva e à aprendizagem e dos alunos.

Metodologia de investigação

O estudo segue uma abordagem qualitativa e interpretativa (Bogdan & Biklen, 1994), na modalidade de estudo de caso de um professor. Os principais instrumentos de recolha de dados são a observação participante de aulas e sessões de trabalho colaborativo no qual o professor se integrou e as entrevistas no início (EI) e fim (EF) do estudo, apoiados em notas de campo (NC). A análise de dados é baseada na análise de conteúdo dos dados recolhidos e na definição de categorias de codificação. O caso em estudo nesta comunicação encontra-se organizado em três secções – apresentação do professor Jorge, preparação da discussão

ISBN 978-84-945722-3-4

coletiva (antes e durante a aula) e condução da discussão coletiva – que correspondem a dimensões de análise, para as quais definimos alguns temas que são concretizados em diversas categorias (Anexo 1). As categorias estabelecidas são aplicadas transversalmente às diversas aulas observadas ao professor e demais dados recolhidos. Analisamos de forma integrada práticas e conhecimento didático do professor relativos às discussões, por facilitar a compreensão das suas práticas letivas.

O caso que apresentamos nesta comunicação faz parte de um trabalho de investigação mais amplo – *Projeto Práticas de discussão matemática no ensino da Álgebra* (PPDMEA) – que ocorreu em contexto de um trabalho com características colaborativas envolvendo a primeira autora e o grupo de professores de Matemática de uma escola do Ensino Básico do centro de Portugal. O trabalho colaborativo desenvolveu-se ao longo de dez sessões que decorreram durante nove meses, com uma duração aproximada de três horas cada sessão. Nesta comunicação apresentamos dados relativos à preparação e condução de discussões coletivas sobre as tarefas *Eleição do delegado de turma* (EDT) e *Funções e futebol* (FF) (Anexos 2 e 3, respetivamente), por serem representativas do conjunto de dados.

Apresentação do professor Jorge

Jorge é um professor com uma vasta experiência de ensino, dada pelos seus trinta anos de serviço. É também formador na especialidade do uso de tecnologias na sala de aula. Apesar da sua experiência, continua a apostar no seu desenvolvimento profissional através da participação em projetos de investigação, já que vê neles uma forma de desenvolver um tipo de trabalho diferente com os seus alunos. A participação no PDMEA deriva da oportunidade de aprofundar o tema Álgebra já que considera que este levanta grandes dificuldades aos alunos, principalmente a simbolização e a generalização: "Eles conseguem perceber às vezes muito bem as regularidades, mas depois quando têm que formalizar aquilo numa expressão, torna-se um bocadinho difícil" (EI_set 2013). No PPDMEA, Jorge trabalha colaborativamente com outros colegas produzindo materiais para explorar na sala de aula.

Preparação da discussão coletiva

Escolha das tarefas e propósito da discussão. O professor escolhe tarefas que estejam de acordo com o trabalho que está a desenvolver no PPDMEA, com os conteúdos programáticos que está abordar na aula e com o seu interesse pessoal pelas tecnologias. Seleciona uma tarefa

ISBN 978-84-945722-3-4

(FF) de natureza aberta e desafio elevado, privilegiando o uso da calculadora gráfica no estudo da função afim e uma tarefa (EDT) de natureza fechada e desafio elevado que favorece a interpretação de informação apresentada em linguagem verbal e posterior tradução para linguagem matemática. Estas tarefas surgem em contextos não puramente matemáticos: a primeira, proposta pelo professor, permite explorar intuitivamente as características da função afim, em particular os conceitos de declive e ordenada na origem e a respetiva associação de significado real, com o recurso à calculadora gráfica; a segunda recria uma situação familiar, já que todos os anos os alunos elegem o delegado de turma. Estas tarefas apelam ao trabalho com diversas representações, por exemplo gráfica e algébrica na tarefa FF e algébrica na tarefa EDT.

Na sua planificação, Jorge identifica os conceitos matemáticos e alguns objetivos específicos que pretende alcançar com a discussão: "O objetivo é estudar a função afim, em particular, os parâmetros m e b [da expressão $y = mx + b$]. (NC_2/1/14). Esta tarefa [EDT] permite que os alunos resolvam equações com denominadores, depois de traduzirem a informação apresentada em linguagem natural para linguagem matemática" (NC_9/1/14). Em sala de aula, também identifica os conceitos matemáticos nas resoluções dos alunos. Na tarefa FF, os alunos estudam a função afim e analisam, em particular, os conceitos de ordenada na origem e de declive: "Os alunos veem que o local do remate dá a ordenada na origem na equação da reta. Com os vários remates veem que dependendo do local a reta tem que ter declive negativo ou positivo" (NC_ 13 fev 2014). Na tarefa EDT verifica que os alunos interpretam e apresentam a informação apresentada sob a forma de texto – "Identificam a variável e definem as outras em função dessa" (NC_13 fev 2014) – traduzindo-a de diversas formas – "Escrevem três equações diferentes, porque uns consideram que o x é para os votos da Sandra, outros para os da Francisca" (NC_21 jan 2014). A escrita da equação generaliza as relações encontradas pelos alunos na interpretação que fazem da informação apresentada em linguagem natural. Na escolha das tarefas e na definição do propósito da discussão, Jorge mobiliza o seu conhecimento da prática letiva em articulação com o seu conhecimento da Matemática, do currículo e o da aprendizagem e dos alunos.

Estratégias de resolução. Na sua planificação da aula, no grupo colaborativo, Jorge antecipa, para as duas tarefas, a estratégia que recorre à tentativa e à Álgebra. Em sala de aula, verifica

ISBN 978-84-945722-3-4

que as estratégias antecipadas emergem nas resoluções dos alunos. Em particular, na tarefa FF os alunos escrevem expressões para a função afim, depois das várias tentativas feitas na calculadora: "Os alunos fazem diversas tentativas na calculadora para obter a expressão da função afim (…) veem se a bola entra na baliza e se não entrar experimentam outra função" (NC_13 fev 2014). Nas resoluções dos alunos, também identifica a estratégia algébrica: "Os alunos atribuem o x tanto à Sandra, como à Francisca, como ao Lucas e isso leva a que apareçam equações com denominadores e sem denominadores" (NC_13 fev 2014). Jorge destaca a importância desse acontecimento para os alunos perceberem a relação entre a solução da equação e a resposta ao problema: "Sobretudo, eles perceberem a diferença (...) se as equações não têm a mesma solução eles respondem exatamente a mesma coisa" (1.ª SC_1 out 2013). O professor mobiliza o seu conhecimento da Matemática na antecipação e identificação das estratégias de resolução a usar e usadas pelos alunos no trabalho com as tarefas.

Seleção de estratégias e trajetórias de sequenciação. De acordo com a antecipação feita, Jorge prevê selecionar as resoluções que usem representações diversificadas e organizar as intervenções dos alunos de modo a privilegiar a transição da linguagem matemática informal para a formal, ou seja, iniciar pelas que recorrem à tentativa e evoluir para as que recorrem à escrita de expressões e equações. Justifica essa opção por pensar que as resoluções menos poderosas algebricamente são apresentadas, normalmente, pelos alunos com mais dificuldades, mas que valoriza por tornar a discussão mais rica e para reforçar o empenho desses alunos: "Se calhar muitos dos grupos nem sequer pensaram nessa resolução [tentativas organizadas em texto], avançaram logo para a outra [equação]. Portanto, era importante que esta explicação surgisse" (EF_jun 2014). Só, posteriormente, evolui para as estratégias algébricas. Apoiado no seu conhecimento da Matemática e da prática letiva, seleciona estratégias que recorrem à tentativa e à Álgebra e organiza-as privilegiando a transição da linguagem matemática informal para a formal.

A condução da discussão coletiva

Componentes da discussão, processo e conteúdo do discurso. O professor inicia sempre a discussão com o convite à apresentação das estratégias de resolução que envolvem linguagem matemática menos formal. Na tarefa EDT, convida um grupo para apresentação de uma estratégia diferente das demais e menos poderosa algebricamente, por se basear na produção

ISBN 978-84-945722-3-4

de um texto com alguns cálculos numéricos (Anexo 4). Assim que a resolução é exposta no quadro, desafia os alunos a analisarem o segundo passo da resposta, indicando a existência de um raciocínio errado e incentivando a sua justificação:

Professor (P): Vocês começaram pelo 10, foi? Eu acho que há ali uma coisa que não está muito bem naquele segundo passo. Por que é que (...) está mal?
Mafalda: Porque não há meios votos.

P: A conclusão está correta, mas esse segundo passo (...)
Aluno: Não podemos ter 7 votos e meio.
P: Exatamente.
(Aula_Equações_jan 2014).

Embora a aluna apresente uma justificação válida, o professor continua a reforçar a ideia do erro no segundo passo, de modo a levá-los a encontrar outra justificação. O excerto que se segue evidencia como a sua insistência leva os alunos a outras razões para a não validade do segundo passo, através da comparação e avaliação do raciocínio apresentado com os dados do enunciado da tarefa:

Aluno: Não, é porque 5 mais 15 mais 7 e meio dá 27 e meio e não vai dar 30. (...)
P: A conclusão do grupo é importante. Aquele terceiro passo é importante, porque perceberam que a Sandra tinha que ter sempre um número par de votos, porquê? Porque o Lucas ia ter metade da Sandra. Agora, por que é que aquele segundo passo está mal? (...) (Aula_Equações_jan 2014).

O professor continua a reforçar a importância da estratégia apresentada, valorizando as conclusões estabelecidas e filtrando as mais importantes, mas voltando a desafiar os alunos a pensarem novamente no segundo passo, por ainda não terem oferecido todas as justificações válidas para a sua incorreção em termos do rigor da escrita. Contudo, decide focar a atenção dos alunos, levando-os a pensar sobre os votos da Francisca e da Sandra:

P: Qual era a relação entre os votos da Sandra e da Francisca?
Mafalda: 5 votos de diferença.

P: Então e quantos estão ali no quadro? (Aula_Equações_jan 2014).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Essa opção conduz os alunos à conclusão pretendida e à apresentação de várias justificações para o raciocínio do segundo passo. O professor pretende alertar para a importância de a escrita ser matematicamente rigorosa e exprimir claramente os seus raciocínios, recorrendo à negociação da interpretação de uma ideia apresentada pelos alunos. O discurso instrutivo mostra que, numa primeira fase, pretende ter muitas ideias para serem discutidas a partir da apresentação da estratégia de resolução de um grupo – solicitação e discussão de muitas ideias – não se preocupando, assim, com o conteúdo das mesmas – conteúdo matemático não filtrado. Contudo, logo a seguir, foca a atenção dos alunos num determinado passo da resolução e, mais tarde, oferece um raciocínio para analisarem – filtragem – que conduz à solicitação e discussão de mais ideias. Nesse momento, Jorge tem propósitos explícitos para debater certos raciocínios, com o objetivo de alertar para o rigor da escrita matemática – conteúdo matemático filtrado. A discussão da tarefa termina com a conclusão das principais ideias expostas pelos alunos, onde reforça a importância de escreverem equações diferentes para a mesma informação em linguagem natural e a vantagem de mobilizarem conceitos matemáticos diferentes e com graus de dificuldade também distintos: "Reparem: apesar de ser com equações tenho resoluções diferentes. (...) Enquanto aqui vocês têm que trabalhar com denominadores, ali ficou sem denominadores" (Aula_Equações_jan 2014). Apoiado no seu conhecimento da Matemática e da prática letiva, o professor organiza a discussão em três momentos fundamentais: *i)* apresentação; *ii)* comparação, avaliação e filtragem e *iii)* conclusão (Anexo 5), com objetivos claramente distintos.

Ações instrucionais. O professor recorre às ações de elicitar para promover o início da discussão com a apresentação das resoluções desenvolvidas pelos alunos: "Quero que passes exatamente esses passos que tens aí. Depois, explicas mais ou menos como é que pensaram." (Aula_Equações_jan 2014). Para além de selecionar o aluno que pretende que comece a partilha de ideias, dá indicação clara do que pretende que seja mostrado e explicado à turma, de modo a evidenciar o que realmente é importante de ser analisado. O professor recorre às ações de apoiar, informar e desafiar para continuar a discussão, como evidencia o diálogo entre o professor e o aluno Marcelo:

P: O que se pretendia aqui era saber o valor de *b* (...) Alguns eu já vi aí que tentaram por tentativas, foram experimentando até dar com a calculadora mas era sem a calculadora. (...)

ISBN 978-84-945722-3-4

Marcelo: Ó professor, não sei explicar.
P: (impercetível) Porque 9 era o valor de quê?
Marcelo: Do ponto.
Professor: Da abcissa que é o valor de quê? Que interseta o valor de quê?
Marcelo: Do y.
P: Estão cá as contas, mas não se percebem muito bem. O que é que ele esteve a fazer? Ele esteve a pôr ali o 9 no lugar do x, que era o objeto 9. O que é que ele esteve a fazer? 9 vezes 2 deu 18 depois dividiu por 3 que deu quanto? Deu 6. (...) O raciocínio está correto a escrita é que está. Vamos lá ver: este é o raciocínio que vocês vão ter que fazer algebricamente (...) (Aula_Funções_jan 2014).

Embora o professor comece por recordar o propósito da tarefa, desafia um aluno a apresentar a justificação – ações de desafiar – depois de informar a turma da existência de uma estratégia que não era válida – ações de informar. Perante a dificuldade do aluno em expor o seu raciocínio, recorre às ações de apoiar para o ajudar a iniciar a sua explicação. Foca a atenção do aluno no valor que representa a ordenada na origem, levando-o a interpretar esse parâmetro – ações de apoiar. Aproveita para repetir algumas respostas do aluno – ações de apoiar – recorrendo ao uso de terminologia correta, de forma a introduzir progressivamente o vocabulário matemático. Depois, sugere uma interpretação para a resolução do aluno – ações de apoiar – reforçando a validade do raciocínio e a reduzida clareza na sua apresentação. O professor apoia-se no seu conhecimento da prática letiva para promover o envolvimento dos alunos na discussão.

Considerações finais

Jorge, apesar de ter uma vasta experiência de ensino, continua a apostar no seu desenvolvimento profissional, através da participação em projetos de investigação. Vê nessa participação uma forma de partilhar experiências, aprofundar o tema da Álgebra e melhorar as suas práticas de preparação e condução de discussões coletivas. Apoiado no seu conhecimento da prática letiva, em articulação com o seu conhecimento da Matemática, do currículo e da aprendizagem e dos alunos, na preparação da discussão antes e durante a aula, Jorge escolhe cuidadosamente as tarefas que pretende explorar, identificando o propósito a alcançar, com vista à generalização de ideias algébricas. Para além disso, antecipa e identifica em sala de aula as estratégias de resolução que recorrem à tentativa e à Álgebra. Prevê e seleciona as estratégias que mobilizam representações diversificadas e organiza-as de modo a privilegiar a transição da linguagem matemática informal para a formal, tendo em vista a generalização. Em sala de aula, apoiado no seu conhecimento da prática letiva em articulação com o da aprendizagem e dos alunos, organiza a discussão em três momentos principais tal

ISBN 978-84-945722-3-4

como sugerido por Sherin (2002): *i)* apresentação; *ii)* comparação, avaliação e filtragem e *iii)* conclusão. Na apresentação das estratégias inicia pelas que recorrem à tentativa e evolui para as que envolvem linguagem algébrica. Com essa opção, leva os alunos a comparar e avaliar raciocínios, filtrando os mais pertinentes. A discussão encerra com uma breve síntese das principais ideias partilhadas, destacando os conceitos envolvidos. Durante a condução da discussão, o seu discurso promove um foco progressivo nas ideias matemáticas fundamentais. Para tal, Jorge recorre a quatro tipos de ações: com as de elicitar, convida os alunos a apresentar e explicar as suas estratégias; com as de apoiar, foca a sua atenção em aspetos relevantes, recorda o objetivo da tarefa e repete respostas; com as de informar sugere representações; e com as de desafiar leva os alunos a justificar e clarificar raciocínios.

Referências bibliográficas

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em Educação. Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

Ponte, J. P. (2011). Estudando o conhecimento e o desenvolvimento profissional do professor de matemática. En N. Planas (Ed.), *Educación matematica: Teoría, critica y prática* (pp. 83-98). Barcelona: Graó.

Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, *22*(2), 55-81.

Sherin, M. G. (2002). A balancing act: developing a discourse community in a mathematics classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *5*, 205-233.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*, 313-340.

ANEXOS

Anexo 1:

Dimensão	Temas	Categorias definidas a priori
Preparação da discussão	Escolha das tarefas e propósito da discussão	Natureza, desafio, contexto, representações Conceitos matemáticos e objetivos específicos, generalização
	Estratégias de resolução	Tentativa, tabela, algébrica
	Seleção de estratégias e trajetórias de sequenciação	Conceitos matemáticos e representações

ISBN 978-84-945722-3-4

		Linguagem matemática informal, linguagem matemática formal
Condução da discussão	Componentes da discussão, processo e conteúdo do discurso	Apresentação; comparação, avaliação e filtragem; conclusão Solicitação e discussão de muitas ideias, filtragem das ideias partilhadas, solicitação e discussão de muitas ideias Conteúdo matemático não filtrado, conteúdo matemático filtrado
	Ações instrucionais	Elicitar, apoiar, informar e desafiar

Anexo 2: Tarefa Eleição do delegado de turma

A diretora de turma que coordenou o processo de eleição do delegado de turma, informou no final que:

- ✓ Os 30 alunos da turma votaram e não houve votos brancos ou nulos;
- ✓ Apenas três alunos receberam votos: a Francisca, o Lucas e a Sandra;
- ✓ A Sandra recebeu mais cinco votos que a Francisca;
- ✓ O Lucas recebeu metade dos votos que recebeu a Sandra.

Quem ganhou as eleições? Com quantos votos?

Não te esqueças de apresentar e explicar o teu processo de resolução.

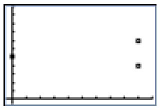
VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Anexo 3: Tarefa Funções e Futebol

Temos na escola um candidato a grande guarda-redes!

Para que ele consiga esse objectivo é preciso que treine muito.

Vamos ajudá-lo!



Comecemos por preparar o terreno de jogo.

Como mostra a figura ao lado, na tua calculadora gráfica estão marcados os pontos A(9,4) e B(9,7) que serão os postes das balizas e o ponto C(0, 5) o local onde o jogador fará o primeiro remate à baliza.

Primeiro vamos treinar os remates à baliza.

A trajetória destes remates está associada a uma reta definida por uma função, do tipo y = mx + **b**, em que **m** representa a inclinação da reta (***declive***) e **b** o ponto onde esta intersecta o eixo Oy (***ordenada na origem***).

Por exemplo, experimenta fazer o primeiro remate utilizando a função

$$y = 0{,}6x + 5 \quad (m=0{,}6 \text{ e } b=5)$$

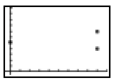
O que aconteceu? Acertaste na baliza?

1º desafio:

Encontra uma expressão para a função de modo que o remate acerte na baliza...

Já conseguiste?

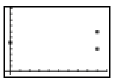
Desenha e regista a solução encontrada



y = __________

Será que esta é a única solução?

Se encontraste outra, regista-a também a seguir:



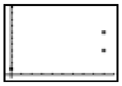
y = __________

Ok, estás pronto para novos desafios?

2º desafio:

O rematador, muda de sítio cada vez que faz um remate. Para cada localização do ponto C, a seguir indicado, determina a solução para que a bola acerte na baliza:

a) C(0,1)

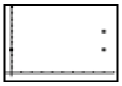


y = __________

b) C(0,8)

y = __________

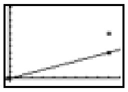
c) C(0,4)



y = __________

3º desafio:

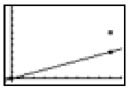
Num dos remates, o jogador colocado em C(0,0), rematou segundo a expressão $y = \frac{4}{9}x$ e acertou num dos postes.



Confirma utilizando a calculadora.

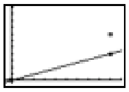
Descobre a expressão da função de modo que o remate tenha uma trajetória paralela à dada e indica em cada caso o local C em que o jogador rematou, de modo que a bola:

a) entre na baliza



y = __________ C(,)

b) bata no outro poste



y = __________ C(,)

ISBN 978-84-945722-3-4

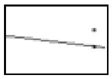
A pontaria está afinada?

O treino vai começar a aquecer!

4º desafio:

a) Desta vez, jogador fez um remate muito forte mas a pontaria não foi a melhor e acertou num poste, conforme mostra a figura. Sabe-se que a expressão da trajetória do remate foi

$$y = -\frac{2}{9}x + 6$$

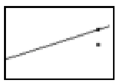


Sem utilizares a calculadora, indica a posição C de onde o rematador chutou.

Confirma o resultado com a calculadora.

b) A pontaria está afinada e no remate seguinte acertou, desta vez, no outro poste, com a trajetória dada pela expressão

$$y = \frac{2}{3}x + b$$



Determina, **sem utilizares a calculadora**, o local em que foi executado o remate.

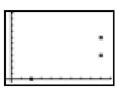
Confirma com a calculadora.

c) Um jogador vai agora rematar duas bolas do local C(2,0) com as seguintes trajetórias definidas pelas funções:

$y_1 = 0{,}5x - 1$

e

$y_2 = x - 2$



Sem utilizares a calculadora, verifica se alguma delas acerta num dos postes?

Confirma os resultados com a calculadora.

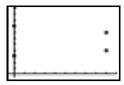
Finalmente o último teste às capacidades do guarda-redes: dois jogadores a chutarem ao mesmo tempo!

5º desafio:

Um remata do ponto C(0,3) e outro do ponto D(0,8). Ambos acertam na baliza.

Descobre uma expressão para cada uma das funções de modo que:

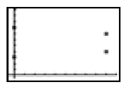
a) as trajetórias dos remates não se cruzem antes de cada bola entrar na baliza.



y = ___________

y = ___________

b) as trajetórias dos remates se cruzem antes de as bolas entrarem na baliza.



y = ___________

y = ___________

6º desafio:

Nos últimos remates do treino, os dois jogadores, colocados em sítios diferentes, remataram ao mesmo tempo e as bolas seguiram trajetórias definidas pelas funções:

$y_1 = 2x$ e $y_2 = -2x+8$

Curiosamente, as bolas acabaram por bater uma na outra.

Verifica, **sem utilizares a calculadora**, em qual dos seguintes pontos as bolas chocaram:

a) X(3,5) b) Y(2,4) c) Z(2,2)

Anexo 4: Estratégia de resolução baseada na produção de um texto matemático

1.º passo → 30 : 3 = 10

2.º passo → Francisca → 5 votos
Sandra → 15 votos
Lucas → 7,5 votos

3.º passo → A Sandra tinha de ter número par de votos

4.º passo → começamos por tentativas a partir do 12

5.º passo → chegamos à resposta obtida. Sandra → 14 votos
Francisca → 9 votos
Lucas → 7 votos.

Anexo 5: Organização da discussão coletiva de Jorge

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

ISBN 978-84-945722-3-4